

干货！小学数学应用题 21 类题例详解

1、归一问题

【含义】

在解题时，先求出一份是多少（即单一量），然后以单一量为标准，求出所要求的数量。这类应用题叫做归一问题。

【数量关系】

总量 \div 份数=1 份数量

1 份数量 \times 所占份数=所求几份的数量

另一总量 \div （总量 \div 份数）=所求份数

【解题思路和方法】

先求出单一量，以单一量为标准，求出所要求的数量。

例 1

买 5 支铅笔要 0.6 元钱，买同样的铅笔 16 支，需要多少钱？

解

（1）买 1 支铅笔多少钱？ $0.6 \div 5 = 0.12$ （元）

（2）买 16 支铅笔需要多少钱？ $0.12 \times 16 = 1.92$ （元）

列成综合算式 $0.6 \div 5 \times 16 = 0.12 \times 16 = 1.92$ （元）

答：需要 1.92 元。

例 2

3 台拖拉机 3 天耕地 90 公顷，照这样计算，5 台拖拉机 6 天耕地多少公顷？

解

（1）1 台拖拉机 1 天耕地多少公顷？ $90 \div 3 \div 3 = 10$ （公顷）

（2）5 台拖拉机 6 天耕地多少公顷？ $10 \times 5 \times 6 = 300$ （公顷）

列成综合算式 $90 \div 3 \div 3 \times 5 \times 6 = 10 \times 5 \times 6 = 300$ （公顷）

答：5 台拖拉机 6 天耕地 300 公顷。

例 3

5 辆汽车 4 次可以运送 100 吨钢材，如果用同样的 7 辆汽车运送 105 吨钢材，需要运几次？

解

（1）1 辆汽车 1 次能运多少吨钢材？ $100 \div 5 \div 4 = 5$ （吨）

（2）7 辆汽车 1 次能运多少吨钢材？ $5 \times 7 = 35$ （吨）

（3）105 吨钢材 7 辆汽车需要运几次？ $105 \div 35 = 3$ （次）

列成综合算式 $105 \div (100 \div 5 \div 4 \times 7) = 3$ （次）

答：需要运 3 次。

2、归总问题

【含义】

解题时，常常先找出“总数量”，然后再根据其它条件算出所求的问题，叫归总问题。所谓“总数量”是指货物的总价、几小时（几天）的总工作量、几公亩地上的总产量、几小时行的总路程等。

【数量关系】

1 份数量 \times 份数 = 总量

总量 \div 1 份数量 = 份数

总量 \div 另一份数 = 另一每份数量

【解题思路和方法】

先求出总数量，再根据题意得出所求的数量。

例 1

服装厂原来做一套衣服用布 3.2 米，改进裁剪方法后，每套衣服用布 2.8 米。原来做 791 套衣服的布，现在可以做多少套？

解

(1) 这批布总共有多少米？ $3.2 \times 791 = 2531.2$ （米）

(2) 现在可以做多少套？ $2531.2 \div 2.8 = 904$ （套）

列成综合算式 $3.2 \times 791 \div 2.8 = 904$ （套）

答：现在可以做 904 套。

例 2

小华每天读 24 页书，12 天读完了《红岩》一书。小明每天读 36 页书，几天可以读完《红岩》？

解

(1) 《红岩》这本书总共多少页？ $24 \times 12 = 288$ （页）

(2) 小明几天可以读完《红岩》？ $288 \div 36 = 8$ （天）

列成综合算式 $24 \times 12 \div 36 = 8$ （天）

答：小明 8 天可以读完《红岩》。

例 3

食堂运来一批蔬菜，原计划每天吃 50 千克，30 天慢慢消费完这批蔬菜。后来根据大家的意见，每天比原计划多吃 10 千克，这批蔬菜可以吃多少天？

解

(1) 这批蔬菜共有多少千克？ $50 \times 30 = 1500$ （千克）

(2) 这批蔬菜可以吃多少天？ $1500 \div (50 + 10) = 25$ （天）

列成综合算式 $50 \times 30 \div (50 + 10) = 1500 \div 60 = 25$ （天）

答：这批蔬菜可以吃 25 天。

3、和差问题

【含义】

已知两个数量的和与差，求这两个数量各是多少，这类应用题叫和差问题。

【数量关系】

大数 = (和 + 差) \div 2

小数 = (和 - 差) \div 2

【解题思路和方法】

简单的题目可以直接套用公式；复杂的题目变通后再用公式。

例 1

甲乙两班共有学生 98 人，甲班比乙班多 6 人，求两班各有多少人？

解

$$\text{甲班人数} = (98 + 6) \div 2 = 52 \text{ (人)}$$

$$\text{乙班人数} = (98 - 6) \div 2 = 46 \text{ (人)}$$

答：甲班有 52 人，乙班有 46 人。

例 2

长方形的长和宽之和为 18 厘米，长比宽多 2 厘米，求长方形的面积。

解

$$\text{长} = (18 + 2) \div 2 = 10 \text{ (厘米)}$$

$$\text{宽} = (18 - 2) \div 2 = 8 \text{ (厘米)}$$

$$\text{长方形的面积} = 10 \times 8 = 80 \text{ (平方厘米)}$$

答：长方形的面积为 80 平方厘米。

例 3

有甲乙丙三袋化肥，甲乙两袋共重 32 千克，乙丙两袋共重 30 千克，甲丙两袋共重 22 千克，求三袋化肥各重多少千克。

解

甲乙两袋、乙丙两袋都含有乙，从中可以看出甲比丙多 $(32 - 30) = 2$ 千克，且甲是大数，丙是小数。由此可知

$$\text{甲袋化肥重量} = (22 + 2) \div 2 = 12 \text{ (千克)}$$

$$\text{丙袋化肥重量} = (22 - 2) \div 2 = 10 \text{ (千克)}$$

$$\text{乙袋化肥重量} = 32 - 12 = 20 \text{ (千克)}$$

答：甲袋化肥重 12 千克，乙袋化肥重 20 千克，丙袋化肥重 10 千克。

例 4

甲乙两车原来共装苹果 97 筐，从甲车取下 14 筐放到乙车上，结果甲车比乙车还多 3 筐，两车原来各装苹果多少筐？

解

“从甲车取下 14 筐放到乙车上，结果甲车比乙车还多 3 筐”，这说明甲车是大数，乙车是小数，甲与乙的差是 $(14 \times 2 + 3)$ ，甲与乙的和是 97，因此甲车筐数 $= (97 + 14 \times 2 + 3) \div 2 = 64$ (筐)

$$\text{乙车筐数} = 97 - 64 = 33 \text{ (筐)}$$

答：甲车原来装苹果 64 筐，乙车原来装苹果 33 筐。

4、和倍问题

【含义】

已知两个数的和及大数是小数的几倍(或小数是大数的几分之几)，要求这两个数各是多少，这类应用题叫做和倍问题。

【数量关系】

$$\text{总和} \div (\text{几倍} + 1) = \text{较小的数}$$

$$\text{总和} - \text{较小的数} = \text{较大的数}$$

$$\text{较小的数} \times \text{几倍} = \text{较大的数}$$

【解题思路和方法】

简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

例 1

果园里有杏树和桃树共 248 棵，桃树的棵数是杏树的 3 倍，求杏树、桃树各多少棵？

解

(1) 杏树有多少棵? $248 \div (3+1) = 62$ (棵)

(2) 桃树有多少棵? $62 \times 3 = 186$ (棵)

答: 杏树有 62 棵, 桃树有 186 棵。

例 2

东西两个仓库共存粮 480 吨, 东库存粮数是西库存粮数的 1.4 倍, 求两库各存粮多少吨?

解

(1) 西库存粮数 $= 480 \div (1.4+1) = 200$ (吨)

(2) 东库存粮数 $= 480 - 200 = 280$ (吨)

答: 东库存粮 280 吨, 西库存粮 200 吨。

例 3

甲站原有车 52 辆, 乙站原有车 32 辆, 若每天从甲站开往乙站 28 辆, 从乙站开往甲站 24 辆, 几天后乙站车辆数是甲站的 2 倍?

解

每天从甲站开往乙站 28 辆, 从乙站开往甲站 24 辆, 相当于每天从甲站开往乙站 $(28-24)$ 辆。把几天以后甲站的车辆数当作 1 倍量, 这时乙站的车辆数就是 2 倍量, 两站的车辆总数 $(52+32)$ 就相当于 $(2+1)$ 倍, 那么, 几天以后甲站的车辆数减少为

$(52+32) \div (2+1) = 28$ (辆)

所求天数为 $(52-28) \div (28-24) = 6$ (天)

答: 6 天以后乙站车辆数是甲站的 2 倍。

例 4

甲乙丙三数之和是 170, 乙比甲的 2 倍少 4, 丙比甲的 3 倍多 6, 求三数各是多少?

解

乙丙两数都与甲数有直接关系, 因此把甲数作为 1 倍量。

因为乙比甲的 2 倍少 4, 所以给乙加上 4, 乙数就变成甲数的 2 倍;

又因为丙比甲的 3 倍多 6, 所以丙数减去 6 就变为甲数的 3 倍;

这时 $(170+4-6)$ 就相当于 $(1+2+3)$ 倍。那么,

甲数 $= (170+4-6) \div (1+2+3) = 28$

乙数 $= 28 \times 2 - 4 = 52$

丙数 $= 28 \times 3 + 6 = 90$

答: 甲数是 28, 乙数是 52, 丙数是 90。

5、差倍问题

【含义】

已知两个数的差及大数是小数的几倍(或小数是大数的几分之几), 要求这两个数各是多少, 这类应用题叫做差倍问题。

【数量关系】

两个数的差 \div (几倍 $- 1$) = 较小的数

较小的数 \times 几倍 = 较大的数

【解题思路和方法】

简单的题目直接利用公式, 复杂的题目变通后利用公式。

例 1

果园里桃树的棵数是杏树的 3 倍，而且桃树比杏树多 124 棵。求杏树、桃树各多少棵？

解

(1) 杏树有多少棵？ $124 \div (3-1) = 62$ (棵)

(2) 桃树有多少棵？ $62 \times 3 = 186$ (棵)

答：果园里杏树是 62 棵，桃树是 186 棵。

例 2

爸爸比儿子大 27 岁，今年，爸爸的年龄是儿子年龄的 4 倍，求父子二人今年各是多少岁？

解

(1) 儿子年龄 $= 27 \div (4-1) = 9$ (岁)

(2) 爸爸年龄 $= 9 \times 4 = 36$ (岁)

答：父子二人今年的年龄分别是 36 岁和 9 岁。

例 3

商场改革经营管理办法后，本月盈利比上月盈利的 2 倍还多 12 万元，又知本月盈利比上月盈利多 30 万元，求这两个月盈利各是多少万元？

解

如果把上月盈利作为 1 倍量，则 $(30-12)$ 万元就相当于上月盈利的 $(2-1)$ 倍，因此

上月盈利 $= (30-12) \div (2-1) = 18$ (万元)

本月盈利 $= 18 + 30 = 48$ (万元)

答：上月盈利是 18 万元，本月盈利是 48 万元。

例 4

粮库有 94 吨小麦和 138 吨玉米，如果每天运出小麦和玉米各是 9 吨，问几天后剩下的玉米是小麦的 3 倍？

解

由于每天运出的小麦和玉米的数量相等，所以剩下的数量差等于原来的数量差 $(138-94)$ 。把几天后剩下的小麦看作 1 倍量，则几天后剩下的玉米就是 3 倍量，那么， $(138-94)$ 就相当于 $(3-1)$ 倍，因此

剩下的小麦数量 $= (138-94) \div (3-1) = 22$ (吨)

运出的小麦数量 $= 94 - 22 = 72$ (吨)

运粮的天数 $= 72 \div 9 = 8$ (天)

答：8 天以后剩下的玉米是小麦的 3 倍。

6、倍比问题

【含义】

有两个已知的同类量，其中一个量是另一个量的若干倍，解题时先求出这个倍数，再用倍比的方法算出要求的数，这类应用题叫做倍比问题。

【数量关系】

总量 \div 一个数量 $=$ 倍数

另一个数量 \times 倍数 $=$ 另一总量

【解题思路和方法】

先求出倍数，再用倍比关系求出要求的数。

例 1

100 千克油菜籽可以榨油 40 千克，现在有油菜籽 3700 千克，可以榨油多少？

解

(1) 3700 千克是 100 千克的多少倍？ $3700 \div 100 = 37$ （倍）

(2) 可以榨油多少千克？ $40 \times 37 = 1480$ （千克）

列成综合算式 $40 \times (3700 \div 100) = 1480$ （千克）

答：可以榨油 1480 千克。

例 2

今年植树节这天，某小学 300 名师生共植树 400 棵，照这样计算，全县 48000 名师生共植树多少棵？

解

(1) 48000 名是 300 名的多少倍？ $48000 \div 300 = 160$ （倍）

(2) 共植树多少棵？ $400 \times 160 = 64000$ （棵）

列成综合算式 $400 \times (48000 \div 300) = 64000$ （棵）

答：全县 48000 名师生共植树 64000 棵。

例 3

凤翔县今年苹果大丰收，田家庄一户人家 4 亩果园收入 11111 元，照这样计算，全乡 800 亩果园共收入多少元？全县 16000 亩果园共收入多少元？

解

(1) 800 亩是 4 亩的几倍？ $800 \div 4 = 200$ （倍）

(2) 800 亩收入多少元？ $11111 \times 200 = 2222200$ （元）

(3) 16000 亩是 800 亩的几倍？ $16000 \div 800 = 20$ （倍）

(4) 16000 亩收入多少元？ $2222200 \times 20 = 44444000$ （元）

答：全乡 800 亩果园共收入 2222200 元，全县 16000 亩果园共收入 44444000 元。

7、相遇问题

【含义】

两个运动的物体同时由两地出发相向而行，在途中相遇。这类应用题叫做相遇问题。

【数量关系】

相遇时间 = 总路程 \div (甲速 + 乙速)

总路程 = (甲速 + 乙速) \times 相遇时间

【解题思路和方法】

简单的题目可直接利用公式，复杂的题目变通后再利用公式。

例 1

南京到上海的水路长 392 千米，同时从两港各开出一艘轮船相对而行，从南京开出的船每小时行 28 千米，从上海开出的船每小时行 21 千米，经过几小时两船相遇？

解

$392 \div (28 + 21) = 8$ （小时）

答：经过 8 小时两船相遇。

例 2

小李和小刘在周长为 400 米的环形跑道上跑步，小李每秒钟跑 5 米，小刘每秒钟跑 3 米，他们从同一地点同时出发，反向而跑，那么，二人从出发到第二次相遇需多长时间？

解

“第二次相遇”可以理解为二人跑了两圈。

因此总路程为 400×2

相遇时间 = $(400 \times 2) \div (5 + 3) = 100$ (秒)

答：二人从出发到第二次相遇需 100 秒时间。

例 3

甲乙二人同时从两地骑自行车相向而行，甲每小时行 15 千米，乙每小时行 13 千米，两人在距中点 3 千米处相遇，求两地的距离。

解

“两人在距中点 3 千米处相遇”是正确理解本题题意的关键。从题中可知甲骑得快，乙骑得慢，甲过了中点 3 千米，乙距中点 3 千米，就是说甲比乙多走的路程是 (3×2) 千米，因此，

相遇时间 = $(3 \times 2) \div (15 - 13) = 3$ (小时)

两地距离 = $(15 + 13) \times 3 = 84$ (千米)

答：两地距离是 84 千米。

8、追及问题

【含义】

两个运动物体在不同地点同时出发（或者在同一地点而不是同时出发，或者在不同地点又不是同时出发）作同向运动，在后面的，行进速度要快些，在前面的，行进速度较慢些，在一定时间之内，后面的追上前面的物体。这类应用题就叫做追及问题。

【数量关系】

追及时间 = 追及路程 \div (快速 - 慢速)

追及路程 = (快速 - 慢速) \times 追及时间

【解题思路和方法】

简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

例 1

好马每天走 120 千米，劣马每天走 75 千米，劣马先走 12 天，好马几天能追上劣马？

解

(1) 劣马先走 12 天能走多少千米？ $75 \times 12 = 900$ (千米)

(2) 好马几天追上劣马？ $900 \div (120 - 75) = 20$ (天)

列成综合算式 $75 \times 12 \div (120 - 75) = 900 \div 45 = 20$ (天)

答：好马 20 天能追上劣马。

例 2

小明和小亮在 200 米环形跑道上跑步，小明跑一圈用 40 秒，他们从同一地点同时出发，同向而跑。小明第一次追上小亮时跑了 500 米，求小亮的速度是每秒多少米。

解

小明第一次追上小亮时比小亮多跑一圈，即 200 米，此时小亮跑了 $(500 - 200)$ 米，要知小亮的速度，须知追及时间，即小明跑 500 米所用的时间。又知小明跑 200 米用 40 秒，则跑 500 米用 $[40 \times (500 \div 200)]$ 秒，所以小亮的速度是 $(500 - 200) \div [40 \times (500 \div 200)]$

$= 300 \div 100 = 3$ (米)

答：小亮的速度是每秒 3 米。

例 3

我人民解放军追击一股逃窜的敌人，敌人在下午 16 点开始从甲地以每小时 10 千米的速度逃跑，解放军在晚上 22 点接到命令，以每小时 30 千米的速度开始从乙地追击。已知甲乙两地相距 60 千米，问解放军几个小时可以追上敌人？

解

敌人逃跑时间与解放军追击时间的时差是 $(22-16)$ 小时，这段时间敌人逃跑的路程是 $[10 \times (22-16)]$ 千米，甲乙两地相距 60 千米。由此推知

$$\text{追及时间} = [10 \times (22-16) + 60] \div (30-10)$$

$$= 220 \div 20 = 11 \text{ (小时)}$$

答：解放军在 11 小时后可以追上敌人。

例 4

一辆客车从甲站开往乙站，每小时行 48 千米；一辆货车同时从乙站开往甲站，每小时行 40 千米，两车在距两站中点 16 千米处相遇，求甲乙两站的距离。

解

这道题可以由相遇问题转化为追及问题来解决。从题中可知客车落后于货车 (16×2) 千米，客车追上货车的时间就是前面所说的相遇时间，

$$\text{这个时间为 } 16 \times 2 \div (48-40) = 4 \text{ (小时)}$$

$$\text{所以两站间的距离为 } (48+40) \times 4 = 352 \text{ (千米)}$$

$$\text{列成综合算式 } (48+40) \times [16 \times 2 \div (48-40)]$$

$$= 88 \times 4$$

$$= 352 \text{ (千米)}$$

答：甲乙两站的距离是 352 千米。

9、植树问题

【含义】

按相等的距离植树，在距离、棵距、棵数这三个量之间，已知其中的两个量，要求第三个量，这类应用题叫做植树问题。

【数量关系】

$$\text{线形植树棵数} = \text{距离} \div \text{棵距} + 1$$

$$\text{环形植树棵数} = \text{距离} \div \text{棵距}$$

$$\text{方形植树棵数} = \text{距离} \div \text{棵距} - 4$$

$$\text{三角形植树棵数} = \text{距离} \div \text{棵距} - 3$$

$$\text{面积植树棵数} = \text{面积} \div (\text{棵距} \times \text{行距})$$

【解题思路和方法】

先弄清楚植树问题的类型，然后可以利用公式。

例 1

一条河堤 136 米，每隔 2 米栽一棵垂柳，头尾都栽，一共要栽多少棵垂柳？

解

$$136 \div 2 + 1 = 68 + 1 = 69 \text{ (棵)}$$

答：一共要栽 69 棵垂柳。

例 2

一个圆形池塘周长为 400 米，在岸边每隔 4 米栽一棵白杨树，一共能栽多少棵白杨树？

解

$$400 \div 4 = 100 \text{ (棵)}$$

答：一共能栽 100 棵白杨树。

例 3

一个正方形的运动场，每边长 220 米，每隔 8 米安装一个照明灯，一共可以安装多少个照明灯？

解

$$220 \times 4 \div 8 - 4 = 110 - 4 = 106 \text{ (个)}$$

答：一共可以安装 106 个照明灯。

例 4

给一个面积为 96 平方米的住宅铺设地板砖，所用地地板砖的长和宽分别是 60 厘米和 40 厘米，问至少需要多少块地板砖？

解

$$96 \div (0.6 \times 0.4) = 96 \div 0.24 = 400 \text{ (块)}$$

答：至少需要 400 块地板砖。

例 5

一座大桥长 500 米，给桥两边的电杆上安装路灯，若每隔 50 米有一个电杆，每个电杆上安装 2 盏路灯，一共可以安装多少盏路灯？

解

(1) 桥的一边有多少个电杆？ $500 \div 50 + 1 = 11$ (个)

(2) 桥的两边有多少个电杆？ $11 \times 2 = 22$ (个)

(3) 大桥两边可安装多少盏路灯？ $22 \times 2 = 44$ (盏)

答：大桥两边一共可以安装 44 盏路灯。

10、年龄问题

【含义】

这类问题是根据题目的内容而得名，它的主要特点是两人的年龄差不变，但是，两人年龄之间的倍数关系随着年龄的增长在发生变化。

【数量关系】

年龄问题往往与和差、和倍、差倍问题有着密切联系，尤其与差倍问题的解题思路是一致的，要紧紧抓住“年龄差不变”这个特点。

【解题思路和方法】

可以利用“差倍问题”的解题思路和方法。

例 1

爸爸今年 35 岁，亮亮今年 5 岁，今年爸爸的年龄是亮亮的几倍？明年呢？

解

$$35 \div 5 = 7 \text{ (倍)}$$

$$(35+1) \div (5+1) = 6 \text{ (倍)}$$

答：今年爸爸的年龄是亮亮的 7 倍，
明年爸爸的年龄是亮亮的 6 倍。

例 2

母亲今年 37 岁，女儿今年 7 岁，几年后母亲的年龄是女儿的 4 倍？

解

(1) 母亲比女儿的年龄大多少岁？ $37-7=30$ （岁）

(2) 几年后母亲的年龄是女儿的 4 倍？ $30 \div (4-1) - 7 = 3$ （年）

列成综合算式 $(37-7) \div (4-1) - 7 = 3$ （年）

答：3 年后母亲的年龄是女儿的 4 倍。

例 3

甲对乙说：“当我的岁数曾经是你现在的岁数时，你才 4 岁”。乙对甲说：“当我的岁数将来是你现在的岁数时，你将 61 岁”。求甲乙现在的岁数各是多少？

解

这里涉及到三个年份：过去某一年、今年、将来某一年。列表分析：

过去某一年 今年 将来某一年

甲 □岁 △岁 61 岁

乙 4 岁 □岁 △岁

表中两个“□”表示同一个数，两个“△”表示同一个数。

因为两个人的年龄差总相等： $\square - 4 = \triangle - \square = 61 - \triangle$ ，也就是 4，□，△，61 成等差数列，所以，61 应该比 4 大 3 个年龄差，

因此二人年龄差为 $(61-4) \div 3 = 19$ （岁）

甲今年的岁数为 $\triangle = 61 - 19 = 42$ （岁）

乙今年的岁数为 $\square = 42 - 19 = 23$ （岁）

答：甲今年的岁数是 42 岁，乙今年的岁数是 23 岁。

11、行船问题

【含义】

行船问题也就是与航行有关的问题。解答这类问题要弄清船速与水速，船速是船只本身航行的速度，也就是船只在静水中航行的速度；水速是水流的速度，船只顺水航行的速度是船速与水速之和；船只逆水航行的速度是船速与水速之差。

【数量关系】

$(\text{顺水速度} + \text{逆水速度}) \div 2 = \text{船速}$

$(\text{顺水速度} - \text{逆水速度}) \div 2 = \text{水速}$

$\text{顺水速} = \text{船速} \times 2 - \text{逆水速} = \text{逆水速} + \text{水速} \times 2$

$\text{逆水速} = \text{船速} \times 2 - \text{顺水速} = \text{顺水速} - \text{水速} \times 2$

【解题思路和方法】

大多数情况可以直接利用数量关系的公式。

例 1

一只船顺水行 320 千米需用 8 小时，水流速度为每小时 15 千米，这只船逆水行这段路程需用几小时？

解

由条件知，顺水速 = 船速 + 水速 = $320 \div 8$ ，而水速为每小时 15 千米，所以，船速为每小时 $320 \div 8 - 15 = 25$ （千米）
船的逆水速为 $25 - 15 = 10$ （千米）

船逆水行这段路程的时间为 $320 \div 10 = 32$ (小时)

答：这只船逆水行这段路程需用 32 小时。

例 2

甲船逆水行 360 千米需 18 小时，返回原地需 10 小时；乙船逆水行同样一段距离需 15 小时，返回原地需多少时间？

解

由题意得甲船速+水速= $360 \div 10 = 36$

甲船速-水速= $360 \div 18 = 20$

可见 $(36 - 20)$ 相当于水速的 2 倍，

所以，水速为每小时 $(36 - 20) \div 2 = 8$ (千米)

又因为，乙船速-水速= $360 \div 15$ ，

所以，乙船速为 $360 \div 15 + 8 = 32$ (千米)

乙船顺水速为 $32 + 8 = 40$ (千米)

所以，乙船顺水航行 360 千米需要

$360 \div 40 = 9$ (小时)

答：乙船返回原地需要 9 小时。

12、列车问题

【含义】

这是与列车行驶有关的一些问题，解答时要注意列车车身的长度。

【数量关系】

火车过桥：过桥时间 = (车长 + 桥长) \div 车速

火车追及：追及时间 = (甲车长 + 乙车长 + 距离) \div (甲车速 - 乙车速)

火车相遇：相遇时间 = (甲车长 + 乙车长 + 距离) \div (甲车速 + 乙车速)

【解题思路和方法】

大多数情况可以直接利用数量关系的公式。

例 1

一座大桥长 2400 米，一列火车以每分钟 900 米的速度通过大桥，从车头开上桥到车尾离开桥共需要 3 分钟。这列火车长多少米？

解

火车 3 分钟所行的路程，就是桥长与火车车身长度的和。

(1) 火车 3 分钟行多少米？ $900 \times 3 = 2700$ (米)

(2) 这列火车长多少米？ $2700 - 2400 = 300$ (米)

列成综合算式 $900 \times 3 - 2400 = 300$ (米)

答：这列火车长 300 米。

例 2

一列长 200 米的火车以每秒 8 米的速度通过一座大桥，用了 2 分 5 秒钟时间，求大桥的长度是多少米？

解

火车过桥所用的时间是 2 分 5 秒 = 125 秒，所走的路程是 (8×125) 米，这段路程就是 (200 米 + 桥长)，所以，桥长为

$$8 \times 125 - 200 = 800 \text{ (米)}$$

答：大桥的长度是 800 米。

例 3

一列长 225 米的慢车以每秒 17 米的速度行驶，一列长 140 米的快车以每秒 22 米的速度在后面追赶，求快车从追上到追过慢车需要多长时间？

解

从追上到追过，快车比慢车要多行 $(225 + 140)$ 米，而快车比慢车每秒多行 $(22 - 17)$ 米，因此，所求的时间为

$$(225 + 140) \div (22 - 17) = 73 \text{ (秒)}$$

答：需要 73 秒。

例 4

一列长 150 米的列车以每秒 22 米的速度行驶，有一个扳道工人以每秒 3 米的速度迎面走来，那么，火车从工人身旁驶过需要多少时间？

解

如果把工人看作一列长度为零的火车，原题就相当于火车相遇问题。

$$150 \div (22 + 3) = 6 \text{ (秒)}$$

答：火车从工人身旁驶过需要 6 秒钟。

13、时钟问题

【含义】

就是研究钟面上时针与分针关系的问题，如两针重合、两针垂直、两针成一线、两针夹角为 60 度等。时钟问题可与追及问题相类比。

【数量关系】

分针的速度是时针的 12 倍，

二者的速度差为 $11/12$ 。

通常按追及问题来对待，也可以按差倍问题来计算。

【解题思路和方法】

变通为“追及问题”后可以直接利用公式。

例 1

从时针指向 4 点开始，再经过多少分钟时针正好与分针重合？

解

钟面的一周分为 60 格，分针每分钟走一格，每小时走 60 格；时针每小时走 5 格，每分钟走 $5/60 = 1/12$ 格。每分钟分针比时针多走 $(1 - 1/12) = 11/12$ 格。4 点整，时针在前，分针在后，两针相距 20 格。所以

分针追上时针的时间为 $20 \div (1 - 1/12) \approx 22 \text{ (分)}$

答：再经过 22 分钟时针正好与分针重合。

例 2

四点和五点之间，时针和分针在什么时候成直角？

解

钟面上有 60 格，它的 $1/4$ 是 15 格，因而两针成直角的时候相差 15 格（包括分针在时针的前或后 15 格两种情况）。四点整的时候，分针在时针后 (5×4) 格，如果分针在时针后与它成直角，那么分针就要比时针多走 $(5 \times 4 - 15)$ 格，如果分针在时针前与它成直角，那么分针就要比时针多走 $(5 \times 4 + 15)$ 格。再根据 1 分钟分针比时针多走 $(1 - 1/12)$ 格

就可以求出二针成直角的时间。

$$(5 \times 4 - 15) \div (1 - 1/12) \approx 6 \text{ (分)}$$

$$(5 \times 4 + 15) \div (1 - 1/12) \approx 38 \text{ (分)}$$

答：4 点 06 分及 4 点 38 分时两针成直角。

例 3

六点与七点之间什么时候时针与分针重合？

解

六点整的时候，分针在时针后 (5×6) 格，分针要与时针重合，就得追上时针。这实际上是一个追及问题。

$$(5 \times 6) \div (1 - 1/12) \approx 33 \text{ (分)}$$

答：6 点 33 分的时候分针与时针重合。

14、盈亏问题

【含义】

根据一定的人数，分配一定的物品，在两次分配中，一次有余（盈），一次不足（亏），或两次都有余，或两次都不足，求人数或物品数，这类应用题叫做盈亏问题。

【数量关系】

一般地说，在两次分配中，如果一次盈，一次亏，则有：

$$\text{参加分配总人数} = (\text{盈} + \text{亏}) \div \text{分配差}$$

如果两次都盈或都亏，则有：

$$\text{参加分配总人数} = (\text{大盈} - \text{小盈}) \div \text{分配差}$$

$$\text{参加分配总人数} = (\text{大亏} - \text{小亏}) \div \text{分配差}$$

【解题思路和方法】

大多数情况可以直接利用数量关系的公式。

例 1

给幼儿园小朋友分苹果，若每人分 3 个就余 11 个；若每人分 4 个就少 1 个。问有多少小朋友？有多少个苹果？

解

按照“参加分配的总人数 = $(\text{盈} + \text{亏}) \div \text{分配差}$ ”的数量关系：

$$(1) \text{ 有小朋友多少人? } (11 + 1) \div (4 - 3) = 12 \text{ (人)}$$

$$(2) \text{ 有多少个苹果? } 3 \times 12 + 11 = 47 \text{ (个)}$$

答：有小朋友 12 人，有 47 个苹果。

例 2

修一条公路，如果每天修 260 米，修完全长就得延长 8 天；如果每天修 300 米，修完全长仍得延长 4 天。这条路全长多少米？

解

题中原定完成任务的天数，就相当于“参加分配的总人数”，按照“参加分配的总人数 = $(\text{大亏} - \text{小亏}) \div \text{分配差}$ ”的数量关系，可以得知

原定完成任务的天数为

$$(260 \times 8 - 300 \times 4) \div (300 - 260) = 22 \text{ (天)}$$

$$\text{这条路全长为 } 300 \times (22 + 4) = 7800 \text{ (米)}$$

答：这条路全长 7800 米。

例 3

学校组织春游，如果每辆车坐 40 人，就余下 30 人；如果每辆车坐 45 人，就刚好坐完。问有多少车？多少人？

解

本题中的车辆数就相当于“参加分配的总人数”，于是就有

$$(1) \text{ 有多少车？ } (30-0) \div (45-40) = 6 \text{ (辆)}$$

$$(2) \text{ 有多少人？ } 40 \times 6 + 30 = 270 \text{ (人)}$$

答：有 6 辆车，有 270 人。

15、工程问题

【含义】

工程问题主要研究工作量、工作效率和工作时间三者之间的关系。这类问题在已知条件中，常常不给出工作量的具体数量，只提出“一项工程”、“一块土地”、“一条水渠”、“一件工作”等，在解题时，常常用单位“1”表示工作总量。

【数量关系】

解答工程问题的关键是把工作总量看作“1”，这样，工作效率就是工作时间的倒数（它表示单位时间内完成工作总量的几分之几），进而就可以根据工作量、工作效率、工作时间三者之间的关系列出算式。

$$\text{工作量} = \text{工作效率} \times \text{工作时间}$$

$$\text{工作时间} = \text{工作量} \div \text{工作效率}$$

$$\text{工作时间} = \text{总工作量} \div (\text{甲工作效率} + \text{乙工作效率})$$

【解题思路和方法】

变通后可以利用上述数量关系的公式。

例 1

一项工程，甲队单独做需要 10 天完成，乙队单独做需要 15 天完成，现在两队合作，需要几天完成？

解

题中的“一项工程”是工作总量，由于没有给出这项工程的具体数量，因此，把此项工程看作单位“1”。由于甲队独做需 10 天完成，那么每天完成这项工程的 $\frac{1}{10}$ ；乙队单独做需 15 天完成，每天完成这项工程的 $\frac{1}{15}$ ；两队合做，每天可以完成这项工程的 $(\frac{1}{10} + \frac{1}{15})$ 。

$$\text{由此可以列出算式： } 1 \div (\frac{1}{10} + \frac{1}{15}) = 1 \div \frac{1}{6} = 6 \text{ (天)}$$

答：两队合做需要 6 天完成。

例 2

一批零件，甲独做 6 小时完成，乙独做 8 小时完成。现在两人合做，完成任务时甲比乙多做 24 个，求这批零件共有多少个？

解一

设总工作量为 1，则甲每小时完成 $\frac{1}{6}$ ，乙每小时完成 $\frac{1}{8}$ ，甲比乙每小时多完成 $(\frac{1}{6} - \frac{1}{8})$ ，二人合做时每小时完成 $(\frac{1}{6} + \frac{1}{8})$ 。因为二人合做需要 $[1 \div (\frac{1}{6} + \frac{1}{8})]$ 小时，这个时间内，甲比乙多做 24 个零件，所以

$$(1) \text{ 每小时甲比乙多做多少零件？}$$

$$24 \div [1 \div (\frac{1}{6} + \frac{1}{8})] = 7 \text{ (个)}$$

$$(2) \text{ 这批零件共有多少个？}$$

$$7 \div (\frac{1}{6} - \frac{1}{8}) = 168 \text{ (个)}$$

答：这批零件共有 168 个。

解二

上面这道题还可以用另一种方法计算：

两人合做，完成任务时甲乙的工作量之比为 $\frac{1}{6} : \frac{1}{8} = 4 : 3$

由此可知，甲比乙多完成总工作量的 $4 - \frac{3}{4} + 3 = \frac{1}{7}$

所以，这批零件共有 $24 \div \frac{1}{7} = 168$ （个）

例 3

一件工作，甲独做 12 小时完成，乙独做 10 小时完成，丙独做 15 小时完成。现在甲先做 2 小时，余下的由乙丙二人合做，还需几小时才能完成？

解

必须先求出各人每小时的工作效率。如果能把效率用整数表示，就会给计算带来方便，因此，我们设总工作量为 12、10、和 15 的某一公倍数，例如最小公倍数 60，则甲乙丙三人的工作效率分别是

$$60 \div 12 = 5, 60 \div 10 = 6, 60 \div 15 = 4$$

因此余下的工作量由乙丙合做还需要

$$(60 - 5 \times 2) \div (6 + 4) = 5 \text{ (小时)}$$

答：还需要 5 小时才能完成。

例 4

一个水池，底部装有一个常开的排水管，上部装有若干个同样粗细的进水管。当打开 4 个进水管时，需要 5 小时才能注满水池；当打开 2 个进水管时，需要 15 小时才能注满水池；现在要用 2 小时将水池注满，至少要打开多少个进水管？

解

注（排）水问题是一类特殊的工程问题。往水池注水或从水池排水相当于一项工程，水的流量就是工作量，单位时间内水的流量就是工作效率。

要 2 小时内将水池注满，即要使 2 小时内的进水量与排水量之差刚好是一池水。为此需要知道进水管、排水管的工作效率及总工作量（一池水）。只要设某一个量为单位 1，其余两个量便可由条件推出。

我们设每个同样的进水管每小时注水量为 1，则 4 个进水管 5 小时注水量为 $(1 \times 4 \times 5)$ ，2 个进水管 15 小时注水量为 $(1 \times 2 \times 15)$ ，从而可知

$$\text{每小时的排水量为 } (1 \times 2 \times 15 - 1 \times 4 \times 5) \div (15 - 5) = 1$$

即一个排水管与每个进水管的工作效率相同。由此可知

$$\text{一池水的总工作量为 } 1 \times 4 \times 5 - 1 \times 5 = 15$$

又因为在 2 小时内，每个进水管的注水量为 1×2 ，

所以，2 小时内注满一池水

$$\text{至少需要多少个进水管？ } (15 + 1 \times 2) \div (1 \times 2)$$

$$= 8.5 \approx 9 \text{ (个)}$$

答：至少需要 9 个进水管。

16、正反比例问题

【含义】

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比的比值一定（即商一定），那么这两种量就叫做成正比例的量，它们的关系叫做正比例关系。正比例应用题是正比例意义和解比例等知识的综合运用。

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的积一定，这两种量就叫做成反比例的量，它们的关系叫做反比例关系。反比例应用题是反比例的意义和解比例等知识的综合运用。

【数量关系】

判断正比例或反比例关系是解这类应用题的关键。许多典型应用题都可以转化为正反比例问题去解决，而且比较简捷。

【解题思路和方法】

解决这类问题的重要方法是：把分率（倍数）转化为比，应用比和比例的性质去解应用题。

正反比例问题与前面讲过的倍比问题基本类似。

例 1

修一条公路，已修的是未修的 $\frac{1}{3}$ ，再修 300 米后，已修的变成未修的 $\frac{1}{2}$ ，求这条公路总长是多少米？

解

由条件知，公路总长不变。

原已修长度：总长度 $= 1 : (1+3) = 1 : 4 = 3 : 12$

现已修长度：总长度 $= 1 : (1+2) = 1 : 3 = 4 : 12$

比较以上两式可知，把总长度当作 12 份，则 300 米相当于 $(4-3)$ 份，从而知公路总长为 $300 \div (4-3) \times 12 = 3600$ （米）

答：这条公路总长 3600 米。

例 2

张晗做 4 道应用题用了 28 分钟，照这样计算，91 分钟可以做几道应用题？

解

做题效率一定，做题数量与做题时间成正比例关系

设 91 分钟可以做 x 应用题则有 $28 : 4 = 91 : x$

$28x = 91 \times 4$ $x = 91 \times 4 \div 28$ $x = 13$

答：91 分钟可以做 13 道应用题。

例 3

孙亮看《十万个为什么》这本书，每天看 24 页，15 天看完，如果每天看 36 页，几天就可以看完？

解

书的页数一定，每天看的页数与需要的天数成反比例关系

设 x 天可以看完，就有 $24 : 36 = x : 15$

$36x = 24 \times 15$ $x = 10$

答：10 天就可以看完。

17、按比例分配问题

【含义】

所谓按比例分配，就是把一个数按照一定的比分成若干份。这类题的已知条件一般有两种形式：一是用比或连比的形式反映各部分占总数量的份数，另一种是直接给出份数。

【数量关系】

从条件看，已知总量和几个部分量的比；从问题看，求几个部分量各是多少。总份数 = 比的前后项之和

【解题思路和方法】

先把各部分量的比转化为各占总量的几分之几，把比的前后项相加求出总份数，再求各部分占总量的几分之几（以总份数作分母，比的前后项分别作分子），再按照求一个数的几分之几是多少的计算方法，分别求出各部分量的值。

例 1

学校把植树 560 棵的任务按人数分配给五年级三个班，已知一班有 47 人，二班有 48 人，三班有 45 人，三个班各植树多少棵？

解

总份数为 $47+48+45=140$

一班植树 $560 \times 47/140 = 188$ (棵)

二班植树 $560 \times 48/140 = 192$ (棵)

三班植树 $560 \times 45/140 = 180$ (棵)

答：一、二、三班分别植树 188 棵、192 棵、180 棵。

例 2

用 60 厘米长的铁丝围成一个三角形，三角形三条边的比是 3 : 4 : 5。三条边的长各是多少厘米？

解

$$3+4+5=12 \quad 60 \times 3/12 = 15 \text{ (厘米)}$$

$$60 \times 4/12 = 20 \text{ (厘米)}$$

$$60 \times 5/12 = 25 \text{ (厘米)}$$

答：三角形三条边的长分别是 15 厘米、20 厘米、25 厘米。

例 3

从前有个牧民，临死前留下遗言，要把 17 只羊分给三个儿子，大儿子分总数的 $1/2$ ，二儿子分总数的 $1/3$ ，三儿子分总数的 $1/9$ ，并规定不许把羊宰割分，求三个儿子各分多少只羊。

解

如果用总数乘以分率的方法解答，显然得不到符合题意的整数解。如果用按比例分配的方法解，则很容易得到

$$1/2 : 1/3 : 1/9 = 9 : 6 : 2$$

$$9+6+2=17 \quad 17 \times 9/17 = 9$$

$$17 \times 6/17 = 6 \quad 17 \times 2/17 = 2$$

答：大儿子分得 9 只羊，二儿子分得 6 只羊，三儿子分得 2 只羊。

例 4

某工厂第一、二、三车间人数之比为 8 : 12 : 21，第一车间比第二车间少 80 人，三个车间共多少人？

解

$$80 \div (12-8) \times (8+12+21) = 820 \text{ (人)}$$

答：三个车间一共 820 人。

18、百分数问题

【含义】

百分数是表示一个数是另一个数的百分之几的数。百分数是一种特殊的分数。分数常常可以通分、约分，而百分数则无需；分数既可以表示“率”，也可以表示“量”，而百分数只能表示“率”；分数的分子、分母必须是自然数，而百分数的分子可以是小数；百分数有一个专门的记号“%”。

在实际中和常用到“百分点”这个概念，一个百分点就是 1%，两个百分点就是 2%。

【数量关系】

掌握“百分数”、“标准量”“比较量”三者之间的数量关系：

$$\text{百分数} = \text{比较量} \div \text{标准量}$$

$$\text{标准量} = \text{比较量} \div \text{百分数}$$

【解题思路和方法】

一般有三种基本类型：

- (1) 求一个数是另一个数的百分之几；
- (2) 已知一个数，求它的百分之几是多少；
- (3) 已知一个数的百分之几是多少，求这个数。

例 1

仓库里有一批化肥，用去 720 千克，剩下 6480 千克，用去的与剩下的各占原重量的百分之几？

解

(1) 用去的占 $720 \div (720 + 6480) = 10\%$

(2) 剩下的占 $6480 \div (720 + 6480) = 90\%$

答：用去了 10%，剩下 90%。

例 2

红旗化工厂有男职工 420 人，女职工 525 人，男职工人数比女职工少百分之几？

解

本题中女职工人数为标准量，男职工比女职工少的人数是比较量所以 $(525 - 420) \div 525 = 0.2 = 20\%$

或者 $1 - 420 \div 525 = 0.2 = 20\%$

答：男职工人数比女职工少 20%。

例 3

红旗化工厂有男职工 420 人，女职工 525 人，女职工比男职工人数多百分之几？

解

本题中以男职工人数为标准量，女职工比男职工多的人数为比较量，因此

$(525 - 420) \div 420 = 0.25 = 25\%$

或者 $525 \div 420 - 1 = 0.25 = 25\%$

答：女职工人数比男职工多 25%。

例 4

红旗化工厂有男职工 420 人，有女职工 525 人，男、女职工各占全厂职工总数的百分之几？

解

(1) 男职工占 $420 \div (420 + 525) = 0.444 = 44.4\%$

(2) 女职工占 $525 \div (420 + 525) = 0.556 = 55.6\%$

答：男职工占全厂职工总数的 44.4%，女职工占 55.6%。

19、“牛吃草”问题

【含义】

“牛吃草”问题是大科学家牛顿提出的，也叫“牛顿问题”。这类问题的特点在于要考虑草边吃边长这个因素。

【数量关系】

草总量 = 原有草量 + 草每天生长量 × 天数

【解题思路和方法】

解这类题的关键是求出草每天的生长量。

例 1

一块草地，10 头牛 20 天可以把草吃完，15 头牛 10 天可以把草吃完。问多少头牛 5 天可以把草吃完？

解

草是均匀生长的，所以，草总量 = 原有草量 + 草每天生长量 × 天数。求“多少头牛 5 天可以把草吃完”，就是说 5 天内的草总量要 5 天吃完的话，得有多少头牛？设每头牛每天吃草量为 1，按以下步骤解答：

(1) 求草每天的生长量

因为，一方面 20 天内的草总量就是 10 头牛 20 天所吃的草，即 $(1 \times 10 \times 20)$ ；另一方面，20 天内的草总量又等于原有草量加上 20 天内的生长量，所以

$$1 \times 10 \times 20 = \text{原有草量} + 20 \text{ 天内生长量}$$

$$\text{同理 } 1 \times 15 \times 10 = \text{原有草量} + 10 \text{ 天内生长量}$$

由此可知 $(20 - 10)$ 天内草的生长量为

$$1 \times 10 \times 20 - 1 \times 15 \times 10 = 50$$

因此，草每天的生长量为 $50 \div (20 - 10) = 5$

(2) 求原有草量

$$\text{原有草量} = 10 \text{ 天内总草量} - 10 \text{ 内生长量} = 1 \times 15 \times 10 - 5 \times 10 = 100$$

(3) 求 5 天内草总量

$$5 \text{ 天内草总量} = \text{原有草量} + 5 \text{ 天内生长量} = 100 + 5 \times 5 = 125$$

(4) 求多少头牛 5 天吃完草

因为每头牛每天吃草量为 1，所以每头牛 5 天吃草量为 5。

因此 5 天吃完草需要牛的头数 $125 \div 5 = 25$ (头)

答：需要 5 头牛 5 天可以把草吃完。

例 2

一只船有一个漏洞，水以均匀速度进入船内，发现漏洞时已经进了一些水。如果有 12 个人淘水，3 小时可以淘完；如果只有 5 人淘

水，要 10 小时才能淘完。求 17 人几小时可以淘完？

解

这是一道变相的“牛吃草”问题。与上题不同的是，最后一问给出了人数（相当于“牛数”），求时间。设每人每小时淘水量为 1，按以下步骤计算：

(1) 求每小时进水量

$$\text{因为，3 小时内的总水量} = 1 \times 12 \times 3 = \text{原有水量} + 3 \text{ 小时进水量}$$

$$10 \text{ 小时内的总水量} = 1 \times 5 \times 10 = \text{原有水量} + 10 \text{ 小时进水量}$$

$$\text{所以，} (10 - 3) \text{ 小时内的进水量为 } 1 \times 5 \times 10 - 1 \times 12 \times 3 = 14$$

$$\text{因此，每小时的进水量为 } 14 \div (10 - 3) = 2$$

(2) 求淘水前原有水量

$$\text{原有水量} = 1 \times 12 \times 3 - 3 \text{ 小时进水量} = 36 - 2 \times 3 = 30$$

(3) 求 17 人几小时淘完

17 人每小时淘水量为 17，因为每小时漏进水为 2，所以实际上船中每小时减少的水量为 $(17 - 2)$ ，所以 17 人淘完水的时间是

$$30 \div (17 - 2) = 2 \text{ (小时)}$$

答：17 人 2 小时可以淘完水。

20、鸡兔同笼问题

【含义】

这是古典的算术问题。已知笼子里鸡、兔共有多少只和多少只脚，求鸡、兔各有多少只的问题，叫做第一鸡兔同笼问题。已知鸡兔的总数和鸡脚与兔脚的差，求鸡、兔各是多少的问题叫做第二鸡兔同笼问题。

【数量关系】

第一鸡兔同笼问题：

假设全都是鸡，则有

$$\text{兔数} = (\text{实际脚数} - 2 \times \text{鸡兔总数}) \div (4 - 2)$$

假设全都是兔，则有

$$\text{鸡数} = (4 \times \text{鸡兔总数} - \text{实际脚数}) \div (4 - 2)$$

第二鸡兔同笼问题：

假设全都是鸡，则有

$$\text{兔数} = (2 \times \text{鸡兔总数} - \text{鸡与兔脚之差}) \div (4 + 2)$$

假设全都是兔，则有

$$\text{鸡数} = (4 \times \text{鸡兔总数} + \text{鸡与兔脚之差}) \div (4 + 2)$$

【解题思路和方法】

解答此类题目一般都用假设法，可以先假设都是鸡，也可以假设都是兔。如果先假设都是鸡，然后以兔换鸡；如果先假设都是兔，然后以鸡换兔。这类问题也叫置换问题。通过先假设，再置换，使问题得到解决。

例 1

长毛兔子芦花鸡，鸡兔圈在一笼里。数数头有三十五，脚数共有九十四。请你仔细算一算，多少兔子多少鸡？

解

假设 35 只全为兔，则

$$\text{鸡数} = (4 \times 35 - 94) \div (4 - 2) = 23 \text{ (只)}$$

$$\text{兔数} = 35 - 23 = 12 \text{ (只)}$$

也可以先假设 35 只全为鸡，则

$$\text{兔数} = (94 - 2 \times 35) \div (4 - 2) = 12 \text{ (只)}$$

$$\text{鸡数} = 35 - 12 = 23 \text{ (只)}$$

答：有鸡 23 只，有兔 12 只。

例 2

2 亩菠菜要施肥 1 千克，5 亩白菜要施肥 3 千克，两种菜共 16 亩，施肥 9 千克，求白菜有多少亩？

解

此题实际上是改头换面的“鸡兔同笼”问题。“每亩菠菜施肥（ $1 \div 2$ ）千克”与“每只鸡有两个脚”相对应，“每亩白菜施肥（ $3 \div 5$ ）千克”与“每只兔有 4 只脚”相对应，“16 亩”与“鸡兔总数”相对应，“9 千克”与“鸡兔总脚数”相对应。假设 16 亩全都是菠菜，则有

$$\text{白菜亩数} = (9 - 1 \div 2 \times 16) \div (3 \div 5 - 1 \div 2) = 10 \text{ (亩)}$$

答：白菜地有 10 亩。

例 3

李老师用 69 元给学校买作业本和日记本共 45 本，作业本每本 3.20 元，日记本每本 0.70 元。问作业本和日记本各买了多少本？

解

此题可以变通为“鸡兔同笼”问题。假设 45 本全都是日记本，则有

$$\text{作业本数} = (69 - 0.70 \times 45) \div (3.20 - 0.70) = 15 \text{ (本)}$$

$$\text{日记本数} = 45 - 15 = 30 \text{ (本)}$$

答：作业本有 15 本，日记本有 30 本。

例 4

（第二鸡兔同笼问题）鸡兔共有 100 只，鸡的脚比兔的脚多 80 只，问鸡与兔各多少只？

解

假设 100 只全都是鸡，则有

$$\text{兔数} = (2 \times 100 - 80) \div (4 + 2) = 20 \text{ (只)}$$

$$\text{鸡数} = 100 - 20 = 80 \text{ (只)}$$

答：有鸡 80 只，有兔 20 只。

例 5

有 100 个馍 100 个和尚吃，大和尚一人吃 3 个馍，小和尚 3 人吃 1 个馍，问大小和尚各多少人？

解

假设全为大和尚，则共吃馍 (3×100) 个，比实际多吃 $(3 \times 100 - 100)$ 个，这是因为把小和尚也算成了大和尚，因此我们在保证和尚总数 100 不变的情况下，以“小”换“大”，一个小和尚换掉一个大和尚可减少馍 $(3 - 1/3)$ 个。因此，共有小和尚

$$(3 \times 100 - 100) \div (3 - 1/3) = 75 \text{ (人)}$$

共有大和尚 $100 - 75 = 25$ (人)

答：共有大和尚 25 人，有小和尚 75 人。

21、方阵问题

【含义】

将若干人或物依一定条件排成正方形（简称方阵），根据已知条件求总人数或总物数，这类问题就叫做方阵问题。

【数量关系】

(1) 方阵每边人数与四周人数的关系：

$$\text{四周人数} = (\text{每边人数} - 1) \times 4$$

$$\text{每边人数} = \text{四周人数} \div 4 + 1$$

(2) 方阵总人数的求法：

实心方阵：总人数 = 每边人数 \times 每边人数

空心方阵：总人数 = (外边人数 \times 层数) - (内边人数 \times 层数)

内边人数 = 外边人数 - 层数 \times 2

(3) 若将空心方阵分成四个相等的矩形计算，则：

$$\text{总人数} = (\text{每边人数} - \text{层数}) \times \text{层数} \times 4$$

【解题思路和方法】

方阵问题有实心与空心两种。实心方阵的求法是以每边的数自乘；空心方阵的变化较多，其解答方法应根据具体情况确定。

例 1

在育才小学的运动会上，进行体操表演的同学排成方阵，每行 22 人，参加体操表演的同学一共有多少人？

解

$$22 \times 22 = 484 \text{ (人)}$$

答：参加体操表演的同学一共有 484 人。

例 2

有一个 3 层中空方阵，最外边一层有 10 人，求全方阵的人数。

解

$$10 - (10 - 3 \times 2) \times 2$$

$$= 84 \text{ (人)}$$

答：全方阵 84 人。

例 3

有一队学生，排成一个中空方阵，最外层人数是 52 人，最内层人数是 28 人，这队学生共多少人？

解

(1) 中空方阵外层每边人数 $= 52 \div 4 + 1 = 14$ (人)

(2) 中空方阵内层每边人数 $= 28 \div 4 - 1 = 6$ (人)

(3) 中空方阵的总人数 $= 14 \times 14 - 6 \times 6 = 160$ (人)

答：这队学生共 160 人。

例 4

一堆棋子，排列成正方形，多余 4 棋子，若正方形纵横两个方向各增加一层，则缺少 9 只棋子，问有棋子多少个？

解

(1) 纵横方向各增加一层所需棋子数 $= 4 + 9 = 13$ (只)

(2) 纵横增加一层后正方形每边棋子数 $= (13 + 1) \div 2 = 7$ (只)

(3) 原有棋子数 $= 7 \times 7 - 9 = 40$ (只)

答：棋子有 40 只。

例 5

有一个三角形树林，顶点上有 1 棵树，以下每排的树都比前一排多 1 棵，最下面一排有 5 棵树。这个树林一共有多少棵树？

解

第一种方法： $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ (棵)

第二种方法： $(5 + 1) \times 5 \div 2 = 15$ (棵)

答：这个三角形树林一共有 15 棵树。



升学帮
www.vvssxb.com