

小升初数学中最让人头疼的 15 个问题化解

1. 最小的一位数是 0 还是 1?

这个问题在很长一段时间存在争论。先来看看《九年义务教育六年制小学数学第八册教师教学用书》第 98 页“关于几位数”的叙述：“通常在自然数里，含有几个数位的数，叫做几位数。例如“2”是含有一个数位的数，叫做一位数；“30”是含有两个数位的数，叫做两位数；“405”是含有三个数位的数，叫做三位数……但是要注意：一般不说 0 是几位数。

再来听听专家的说明：在自然数的理论中，对“几位数”是这样定义的，“只用一个有效数字表示的数，叫做一位数；只用两个数字（其中左边第一个数字为有效数字）表示的数，叫做两位数……所以，在一个数中，数字的个数是几（其中最左边第一个数字为有效数字），这个数就叫几位数。

于此，所谓最大的几位数，最小的几位数，通常是在非零自然数的范围研究。所以一位数共有九个，即：1、2、3、4、5、6、7、8、9。0 不是最小的一位数。

2. 为什么 0 也是自然数?

课标教材对“0 也是自然数”的规定，颠覆了人们对自然数的传统认识。

于此，中央教科所教材编写组主编陈昌铸如是说：国际上对自然数的定义一直都有不同的说法，以法国为代表的多数国家都认为自然数从 0 开始，我国教材以前一直都是遵循前苏联的说法，认为 0 不是自然数。2000 年教育部主持召开教材改编会议时，已明确提出将 0 归为自然数。这次改版也是与国际惯例接轨。

从教学实践层面来说，将“0”规定为“自然数”也有着积极的现实意义。

2.1 “0”作为自然数的“好处”。

众所周知，数学中的集合被分为有限集合和无限集合两类。有限集合是含有有限个元素的集合，像某班学生的集合。无限集合是含有的元素个数是非有限的集合，如分数的集合。因为自然数具有“基数”的性质，因此用自然数来描述有限集合中元素的个数是很自然的。

但在有限集合中，有一个最主要也是最基本的集合，叫空集 $\{\}$ ，元素个数为 0。如果不把 0 作为自然数，那么空集的元素个数就无法用自然数表示了。如果把“0”作为一个自然数，那么自然数就可以完成刻画“有限集合元素个数”的任务了。于此，从“自然数的基数性”这个角度，我们看到了把“0”作为自然数的好处。

2.2 把“0”作为自然数，不会影响自然数的“运算功能”。

“0”加入传统的自然数集合，所有的“运算规则”依旧保持，如新自然数集合 $\{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ 中的任何两个自然数都可以进行加法和乘法运算，而运算结果仍然是自然数。同时，加法、乘法运算的结合律和交换律，以及乘法的分配律也不会受到影响。

所以，“0”加盟到自然数集合实属理所当然，而不仅仅是人为的“规定”。它让我们更好地理解自然数和它的功能，同时也让我们意识到教学时不仅要知道和记住数学的“定义”和“规定”，还应该思考“规定”背后的数学涵义。

3. 什么是有效数字、无效数字？

有效数字是对一个数的近似值的精确程度而提出的。同一个近似数如果在取舍时，保留的有效数字多，就比保留的有效数字少更精确。一般说，一个近似数四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位。

这时，从左边第一个非零的数字起，到那一位上的所有数字都叫做这个数的有效数字。如近似数 0.00309 有三个有效数字：3、0、9；0.520 也有三个有效数字：5、2、0。而 0.00309 中左边的三个零，0.520 中左边的一个零，都叫做无效数字。

4. 加法与减法、乘法与除法是否互为逆运算？

“加法与减法互为逆运算、乘法与除法互为逆运算”这似乎成了许多老师的口头禅，这其实是一种误解。例如：

加法“ $2+3=5$ ”，其逆算为“ $5-2=3$ ”，“ $5-3=2$ ”。故此，加法的逆运算只有减法；

减法“ $5-2=3$ ”，其逆算有“ $5-3=2$ ”，“ $2+3=5$ ”。故此，减法的逆运算有减法和加法两种运算。

综上所述，只能说**减法是加法的逆运算**，而不能说**加法与减法互为逆运算**。

同理，也只能说**除法是乘法的逆运算**，而不能说**乘法与除法互为逆运算**。

5. 为什么不写“倍”？

在学习“求一个数是另一个数的几倍”应用题时，很多小朋友会自然提出这样的疑问，如：“饲养小组养了 12 只小鸡，3 只小鸭，小鸡的只数是小鸭的几倍？”为什么“ $12 \div 3 = 4$ ”的后面不写“倍”呢？

我们首先应该肯定学生的质疑（学生有较强的解题规范意识）。但同时又该对学生说明：在解答应用题时，得数后面一般要写上的是数的单位名称。如：12 只的“只”；8 克的“克”。一个数只有带上单位名称，才能准确地表示出一个物体的多少、大小、长短、轻重等等。但是，“倍”不是单位名称，它表示两个数量之间的一种关系。例如，上面的计算结

果“4”，表示 12 里面有 4 个 3，就是 12 只小鸡是 3 只小鸭的 4 倍。所以，在算式里不写“倍”，以免“倍”与单位名称发生混淆。

6. “倍”和“倍数”的区别

在第一学段我们学习了“倍的初步认识”，认识了概念“倍”，而在第二学段，我们又学习到“倍数”这个概念。那么，“倍”和“倍数”这两个词到底是不是一回事呢？这两个词之间有什么区别呢？

“倍”指的是数量关系，它建立在乘除法概念的基础上。例如：男生有 10 人，女生有 30 人，因为“ $10 \times 3 = 30$ ”或者“ $30 \div 10 = 3$ ”，我们就说，女生人数（30）是男生人数（10）的 3 倍，也可以说，男生人数（10）的 3 倍等于女生人数（30）。勿宁说，“倍”其实表示的是两个数的商（这个商可以是整数、小数、分数等各种表现形式）。

“倍数”指的是数与数之间的联系，它建立在整除概念的基础上。例如，30 能被 6 整除，30 就是 6 的倍数。可见，“倍数”是不能独立存在的（具有特定的指向性），而且对数的形式有特别的要求（必须为整数）。

同时我们又看到，30 也是 6 的 5 倍，因为 $6 \times 5 = 30$ ，“ 6×5 ”表示 6 的 5 倍。所以从这个角度来说，“倍”的涵义应宽泛于“倍数”，后者可以视为前者在特定情形下的一种表现。

7. “时”和“小时”有什么不同？怎样使用“时”和“小时”？

首先应该明确的是，（小）时并非国际时间单位。在 1984 年国务院发布的《关于我国统一法定计量单位的命令》中，把秒作为时间的基本单位，把非国际单位制的时间单位天（日）、（小）时、分作为辅助单位。（注：（）里的字，在不致混淆的情况下，可以省略）。这样，在我国范围内使用的法定时间单位就有：天（日）、（小）时、分、秒。

由此，“时”既可以表示时间，又可以表示时刻。由于“时间”和“时刻”这两个不同的概念容易产生混淆，在实际应用时间单位“时”时，现行教材作了如下处理：

7.1 当列式计算出时间的长短时，在得数的括号里写上时间的单位“时”。例如：

超市营业时间： $21 - 9 = 12$ （时）。（此处可省略“小”字）

7.2 在用语言表述时间的长短时，为避免“时间”和“时刻”这两个概念产生混淆，则在“时”的前面加上一个“小”字。

例如：

超市营业时间 12 小时。

7. 3 在用语言表示时刻时，一律不得出现“小时”字样。例如：

公园每天早上 7 时 30 分开园（而非 7 小时 30 分）。

8. “路程”就是“距离”吗？

这两个词在许多老师的教学语言中是替代使用的，其实不然。

“路程”是指从一个地点到另一个地点所经过路线的长度；而“距离”则指连接两个地点而成的直线段的长度。

可以看到，“路程”所经过的路线可以是曲形线，也可以是直形线，还可能是折形线。一般情况下，两个地点之间的“路程”要大于它们之间的“距离”，只有当两个地点之间的路线为直线时，路程和距离才相等。

9. 最大的分数单位是 $1/2$ 还是 $1/1$ ？

先看看分数单位的含义：把单位“1”平均分成若干份，表示这样一份的数。

显然，在分数意义中，关键是“分”，没有“分”，就没有“份”。因为把单位“1”平均分成的最少份数是 2 份（如果是 1 份，也就无所谓“分”），由此得到的分数单位是 $1/2$ ，所以 $1/2$ 是最大的分数单位。

尽管就广义的分数来说， $1/1$ 也可视作分数，但它已不是我们通常意义上认识的与整数对立的那种分数（在平均分的基础上所产生），故此，最大的分数单位应以 $1/2$ 为宜。

10. 像 $0/3$ 、 $0.2/3$ 、 $3/0.2$ 这样的数是不是分数？

分数的定义明确告诉我们：把单位“1”平均分成若干份，表示这样一份或几份的数，叫分数。其中，分成的份数叫做分数的分母，要表示的份数叫做分子。由此可知，分数的分子和分母都应该非零自然数。从这个意义来说，以上这几个数徒具分数的形式，而不具分数的实质，因此都不应该视为分数。

进而，在考查学生对“分数”涵义的理解时，应着眼于通常意义上的分数，将上述这些变异形式纳入思考的范围，其本身对训练学生的思维并无多大实际意义，而且会令诸如“分数都大于 0”等命题的真与假陷入尴尬。

11. 比 6 多 $1/2$ 的数应该是“ $6+1/2$ ”还是“ $6*(1+1/2)$ ”？

要弄清这个问题，先得弄清“6”的性质。显然，此处的“6”其实质是一个“数”，而非一个“量”，求“比 6 多 $1/2$ 的数”应属于“求比一个数多几的数”的范畴，问题中的“多

几”都是确定的具体数，这里的“几”既可以是整数，也可以是小数或分数。所以，这里的“ $1/2$ ”是指在 6 的基础上“多 $1/2$ ”这个“ $1/2$ ”数的本身，而非“6 的 $1/2$ ”。所以，“比 6 多 $1/2$ 的数”应该是“ $6+1/2$ ”。

当然，如果题目确定为“比 6 多它的 $1/2$ 的数”，那答案则属于后者。

12. 计算出勤率可不可以不乘 100%?

同一课程标准下，不同的教材给出了不同的理解，这给执教者带来了困惑：到底可不可以不乘 100%呢？笔者以为，求“ $\times\times$ 率”其结果必定为百分率。以出勤率为例，就是求实际出勤人数占应出勤人数的百分之几。如果公式只写成：出勤率=实际出勤人数 / 应出勤人数，我们说这只是分数形式（也即是求实际出勤人数占应出勤人数的“几分之几”），并不是百分数。因此，在公式后面乘上“100%”，既可以使计算数值大小不变，又能保证结果形式满足百分数的要求。因此，计算出勤率、发芽率、出粉率、合格率……的公式中，都应乘“100%”。同时建议各版本教材的编委统一思想，以免给一线教师造成认识上的混乱。

13. 少于 90 度的角都是锐角吗?

根据课标教材定义：小于 90 度的角叫做锐角。答案似乎是肯定的，但由此又产生一个新的问题：0 度的角是什么角，也是锐角吗？

事实是，锐角定义有一个隐含的前提，就是小学数学中所讨论的角都是正角。习惯上，我们把射线按逆时针方向旋转而得到的角叫做正角，射线按顺时针方向旋转而得到的角叫做负角，当一条射线没有做任何旋转时，就把它看成零角。如果将角的概念推广到任意大小的角，就应分为正角、负角、和零角。

由此，严格意义上的锐角定义应是：大于 0 度而小于 90 度的角叫做锐角。

14. 足球比赛记分牌上的“3:2”是数学中的“比”吗?

我们至少可以从两个方面来理解它们的差别。

第一，球类比赛中的“3:2”表示的是比赛双方的得分情况，是“差”比，即表示相差关系，一方得 3 分，另一方得 2 分，双方相差 1 分；数学中的“3:2”表示的是“ $3\div 2$ ”，是“倍”比，商为 1.5。有鉴于此，球类比赛中的“比”（其实是比分），其后数可以为 0 的，而数学中的“比”，其后数（相当于除数）是不可以为 0 的。

2:1”；同样的“4:2”放在球类比赛中，却不可以化简，如果化简就不能反映双方在比赛中的实际得分了。

15. “改写”和“省略”是一样的吗？

“改写”与“省略”其本质是完全不同的。表现在：

- 1、目的不同。“改写”的目的是方便对大数的读写，而“省略”则是取数的近似值。
- 2、方法不同。此处的“改写”是去掉“亿”位后面的 0，再写上一个“亿”字，而“省略”除了要找准“亿”位，还要考虑被省略的尾数的最高位是几，然后用四舍五入法求出近似数。
- 3、符号不同。“改写”只改变了数的表现形式，大小并未改变，所以用“=”号连接；而“省略”既改变了数的形式，又改变的数的大小，所以用“ \approx ”连接。